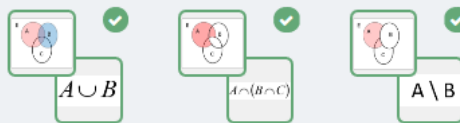
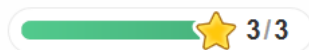


PA5.1

Vedä kuva vasemmalta vastaavan kuvan päälle oikealle.



You got 3 of 3 points



PB5.2



Korttipakassa on 52 korttia, 4 maata (Pata, Risti, Hertta ja Ruutu). Kussakin maassa on kortit numeroitu 1 – 13. (ks. <https://fi.wikipedia.org/wiki/Pelikortit>) Muodosta yhtälö tai Venn-diagrammi tilanteesta, jossa valitaan Hertat ja kaikki kakkoset. Montako korttia on tässä tilanteessa?

Olkoon H hertat, RU ruudut, RI ja P padat. Numero perässä on kortin numero.

Merkitään herttoja $A = \{H1, H2, H3, \dots, H13\}$

Merkitään kakkoset $B = \{H2, RI2, RU2, P2\}$

$$n = N(A) + N(B) - N(A \cap B) = 13 + 4 - 1 = 16$$

PA5.3



Korttipakassa on 52 korttia, 4 maata (Pata, Risti, Hertta ja Ruutu). Kussakin maassa on kortit numeroitu 1 – 13. (ks. <https://fi.wikipedia.org/wiki/Pelikortit>) Muodosta yhtälö tilanteesta, jossa valitaan kaikki kuvakortit ja padat. Montako korttia on tässä tilanteessa?

Olkoon H hertat, RU ruudut, RI ja P padat. Numero perässä on kortin numero.

Olkoon kuvakortteja numerot: 11, 12, 13 ja Ässä (14)

Kuvakortit

$$K = \{H11, H12, H13, H14, RU11, RU12, RU13, RI14, RI11, RI12, RI13, RI14, P11, P12, P13, P14\}$$

Padat $P = \{P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10, P11, P12, P13, P14\}$

$$n = N(K) + N(P) - N(K \cap P) = 16 + 13 - 4 = 25$$

PA5.4



Olkoon $E = \{\text{korttipakan kortit}\}$, $A = \{\text{punaiset kortit}\}$, $B = \{\text{kuvakortit}\}$ ja $C = \{\text{parilliset kortit}\}$. Kuvakorteiksi tulkitaan kortit 11, 12, 13 ja ässä.

a) Laske $N(A \cup B)$ b) $N(A \cap B)$ c) $N(A \cap B \cap C)$ d) $N((E \cap \bar{A}) \cap B \cap C)$

Olkoon $E = \{\text{korttipakan kortit}\}$, $A = \{\text{punaiset kortit}\}$, $B = \{\text{kuvakortit}\}$ ja $C = \{\text{parilliset kortit}\}$. Kuvakorteiksi tulkitaan kortit 11, 12, 13 ja ässä.

- a) Laske $N(A \cup B)$ b) $N(A \cap B)$ c) $N(A \cap B \cap C)$ d) $N(A \cup B \cup C)$ e) $N((E \cap \bar{A}) \cap B \cap C)$

$A = \{H2, H3, H4, H5, H6, H7, H8, H9, H10, H11, H12, H13, H14, RU2, RU3, RU4, RU5, RU6, RU7, RU8, RU9, RU10, RU11, RU12, RU13, RU14\}$

$K = \{H11, H12, H13, H14, RU11, RU12, RU13, RU14, RI11, RI12, RI13, RI14, P11, P12, P13, P14\}$

$C = \{H2, H4, H6, H8, H10, H12, H14, RU2, RU4, RU6, RU8, RU10, RU12, RU14, RI2, RI4, RI6, RI8, RI10, RI12, RI14, P2, P4, P6, P8, P10, P12, P14\}$

- a) $N(A \cup B) = N(A) + N(B) - N(A \cap B) = 26 + 16 - 8 = 34$
b) $N(A \cap B) = 8$
c) $N(A \cap B \cap C) = 4$
d) $N((E \cap \bar{A}) \cap B \cap C) = 4$

PA5.5

Merkitse kaikki joukon $A = \{a, b, c, d\}$ kaksialkioiset osajoukot. Montako niitä on?

- (a, a), (a, b), (a, c), (a, d),
(b, a), (b, b), (b, c), (b, d),
(c, a), (c, b), (c, c), (c, d),
(d, a), (d, b), (d, c), (d, d) yhteensä 16 kpl

PA5.6

Olkoon $A = \{1, 2, 3\}$ ja $B = \{a, b\}$, esitä sen tulojoukot $A \times B$ ja $B \times A$.

- $A \times B = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)\}$
 $B \times A = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$

PA5.7

Olkoon $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b, c, d\}$ ja $C = \{c, d, e, f\}$ Määritä:

- a) $N(A \times (A \cup B))$ b) $A \times (B \cap C)$ c) $(A \times B) \cap (A \times C)$

- a) $A \cup B = \{1, 2, 3, a, b, c, d\}$ Siis $N(A \times (A \cup B)) = 7 \cdot 3 = 21$
b) $B \cap C = \{c, d\}$ joten $A \times (B \cap C) = \{(1, c), (1, d), (2, c), (2, d), (3, c), (3, d)\}$
c) $(A \times B) \cap (A \times C) = \{1, 2, 3\} \times \{c, d\} = \{(1, c), (1, d), (2, c), (2, d), (3, c), (3, d)\}$

Siis $(A \times B) \cap (A \times C) = A \times (B \cap C)$

PA5.8

Merkitse kaikki joukon $A = \{a, b, c, d, e\}$ nelialkioiset osajoukot. Montako niitä on?

$(a, b, c, d), (a, b, c, e), (a, b, d, e), (a, c, d, e), (b, c, d, e)$ 5, kpl

SB5.9

Määritä kaikki kahdella tai kolmella jaollisten positiivisten kolminumeroisten kokonaislukujen määrä.

Ratkaisu: kolminumeroisia positiivisia kokonaislukuja ovat 100 - 999

Ensimmäinen kahdella jaollinen luku tässä joukossa on 100

Kolmenumeroisia kahdella jaollisia positiivisia kokonaislukuja on seuraavasti:

$$\text{Olkoon } a_1 = 100 \text{ ja } a_n = a_1 + (n-1)2$$

$$\text{Kun } a_n = 998, \text{ niin } a_1 + (n-1)2 = 998$$

$$100 + (n-1)2 = 998, \text{ josta } n = 450$$

Kolmenumeroisia kolmella jaollisia positiivisia kokonaislukuja on seuraavasti:

$$\text{Olkoon } a_1 = 102 \text{ ja } a_n = a_1 + (n-1)3$$

$$\text{Kun } a_n = 999, \text{ niin } 102 + (n-1)3 = 999$$

$$102 + (n-1)3 = 999, \text{ josta } n = 300$$

Kolmenumeroisia kuudella jaollisia positiivisia kokonaislukuja on seuraavasti:

$$\text{Olkoon } a_1 = 102 \text{ ja } a_n = a_1 + (n-1)6$$

$$\text{Kun } a_n = 996, \text{ niin } 102 + (n-1)6 = 996$$

$$102 + (n-1)6 = 996, \text{ josta } n = 150$$

$$N(A \text{ tai } B) = N(A) + N(B) - N(A \cap B) =$$

$$450 + 300 - 150 = 600$$

SB5.10

Määritä kaikki kolmella tai neljällä jaollisten positiivisten kolminumeroisten kokonaislukujen määrä.

Ratkaisu: kolminumeroisia positiivisia kokonaislukuja ovat 100 - 999

Ensimmäinen neljällä jaollinen luku tässä joukossa on 100

Kolmenumeroisia kahdella jaollisia positiivisia kokonaislukuja on seuraavasti:

$$\text{Olkoon } a_1 = 100 \text{ ja } a_n = a_1 + (n-1)4$$

$$\text{Kun } a_n = 996, \text{ niin } a_1 + (n-1)4 = 996$$

$$100 + (n-1)4 = 996, \text{ josta } n = 225$$

Kolmenumeroisia kolmella jaollisia positiivisia kokonaislukuja on seuraavasti:

$$\text{Olkoon } a_1 = 102 \text{ ja } a_n = a_1 + (n-1)3$$

$$\text{Kun } a_n = 999, \text{ niin } 102 + (n-1)3 = 999$$

$$102 + (n-1)3 = 999, \text{ josta } n = 300$$

Kolmenumeroisia kahdellatoista jaollisia positiivisia kokonaislukuja on seuraavasti:

$$\text{Olkoon } a_1 = 108 \text{ ja } a_n = a_1 + (n-1)12$$

$$\text{Kun } a_n = 996, \text{ niin } 108 + (n-1)12 = 996$$

$$108 + (n-1)12 = 996, \text{ josta } n = 75$$

$$N(A \text{ tai } B) = N(A) + N(B) - N(A \cap B) =$$

$$225 + 300 - 75 = 450$$

SB5.11

Määritä kaikki kahdella tai viidellä jaollisten positiivisten kolminumeroisten kokonaislukujen määrä LibreOfficen Calcissa.

$$N(A \text{ tai } B) = N(A) + N(B) - N(A \cap B) = 450 + 180 - 90 = 540, \text{ ks. LO-ratkaisu (välilehdellä 1, ks rivi 904)}$$

SB5.12

Määritä kaikki kolmella tai viidellä jaollisten positiivisten nelinumeroisten kokonaislukujen määrä LibreOfficen Calcissa.

$$N(A \text{ tai } B) = N(A) + N(B) - N(A \cap B) = 3000 + 1800 - 600 = 4200, \text{ ks. LO-ratkaisu (välilehdellä 2, ks. rivi 9004)}$$

SB5.13



Eräässä opiskelijaryhmässä oli 36 opiskelijaa, joista jokainen harrasti joko tietokonepelejä tai jonkin instrumentin soittoa. Tietokonepelejä harrasti säännöllisesti 24 opiskelijaa ja jonkin instrumentin soittoa 18 opiskelijaa. Kuinka moni opiskelija harrasti sekä tietokonepelejä että instrumentin soittoa?

Eräässä opiskelijaryhmässä oli 36 opiskelijaa, joista jokainen harrasti joko tietokonepelejä tai jonkin instrumentin soittoa. Tietokonepelejä harrasti säännöllisesti 24 opiskelijaa ja jonkin instrumentin soittoa 18 opiskelijaa. Kuinka moni opiskelija harrasti sekä tietokonepelejä että instrumentin soittoa?

Olkoon tietokonepelien pelaajat x , instrumentin soittajat y ja combot z . Nyt

$$\begin{cases} x+y+z=36 \\ x+z=24 \\ y+z=18 \end{cases} \quad x, y, z$$

$$\begin{cases} x+y+z=36 \\ x+z=24 \\ y+z=18 \end{cases}, \text{ josta} \quad \{x=18, y=12, z=6\}$$

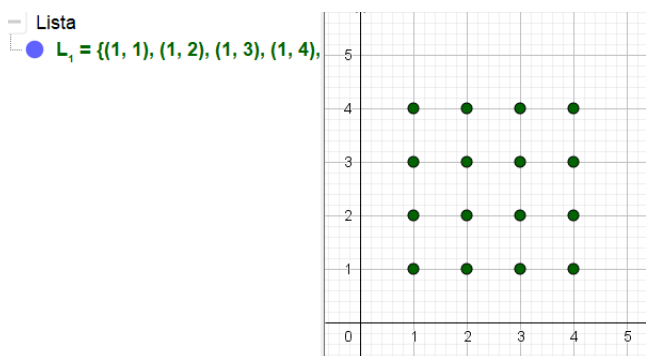
SB5.14



Esitä koordinaatistossa joukon $A = \{1, 2, 3, 4\}$ tulojoukko $A \times A$. Merkitse GeoGebrassa näkyviin ne lukuparit, joiden summa on parillinen.

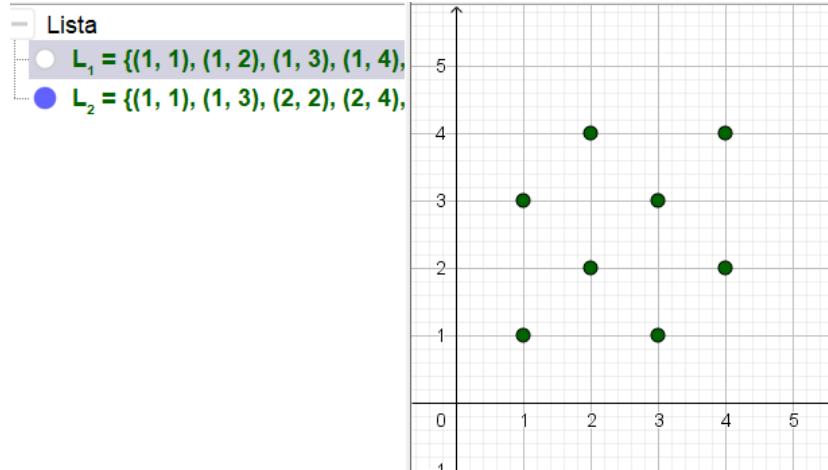
$A = \{1, 2, 3, 4\}$ Siis $A \times A = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4)\}$

Syötetään kyseinen lista GG: saamme kuvan:



Poistetaan listasta parittomat summat:

$\{(1,1), (1,3), (2,2), (2,4), (3,1), (3,3), (4,2), (4,4)\}$ saamme kuvan:



SB5.15

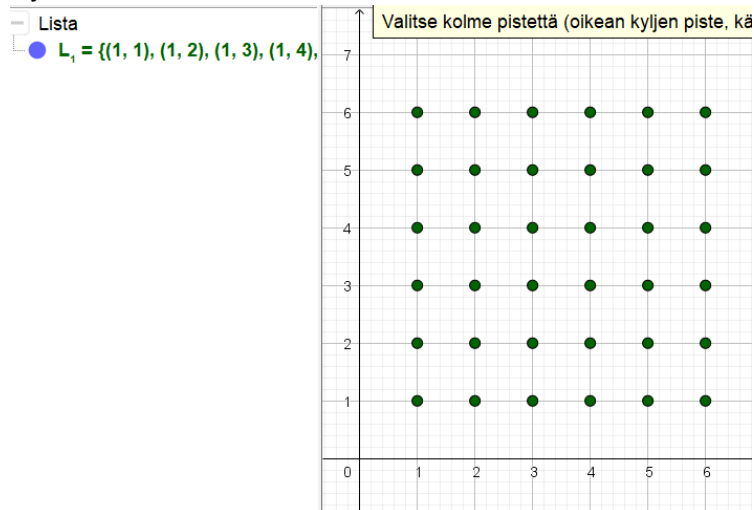
Esitä koordinaatistossa arpakuution, jonka silmäluvut ovat joukon $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ alkioita, tulojoukko $A \times A$.

a) Merkitse GeoGebrassa näkyviin ne lukuparit, joiden summa on vähintään kuusi.

b) Merkitse GeoGebrassa näkyviin ne lukuparit, joiden summa on pariton.

Olkoon $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ Siis $A \times A = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$

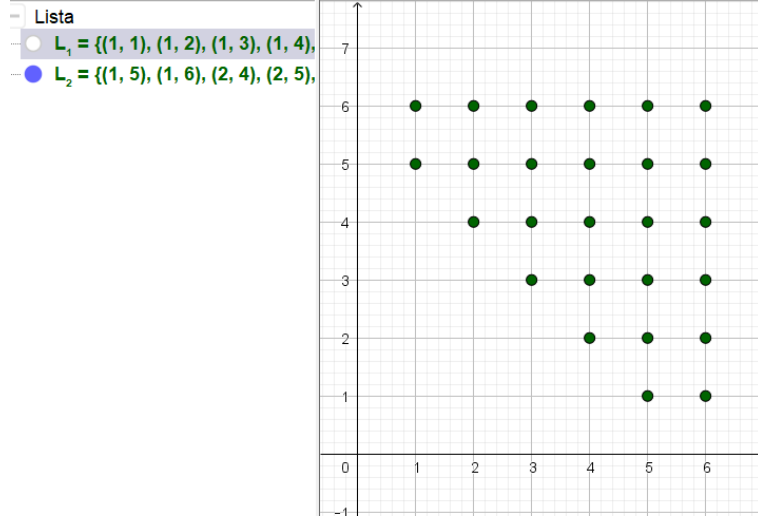
Sijoitetaan lista GG:



Otetaan listalta parit joiden summa vähintään 6:

$\{(1,5), (1,6), (2,4), (2,5), (2,6), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$

Maa10 Malliratkaisut, Luku 5



Summa pariton:

$\{(1,2), (1,4), (1,6), (2,1), (2,3), (2,5), (3,2), (3,4), (3,6), (4,1), (4,3), (4,5), (5,2), (5,4), (5,6), (6,1), (6,3), (6,5)\}$

