

Toisen asteen epäyhtälö

Toisen asteen epäyhtälössä on merkki $<$, $>$, \leq tai \geq ja muuttujan korkein potenssi on 2.

Toisen asteen epäyhtälö ratkaistaan seuraavasti:

1. Kirjoitetaan epäyhtälö muotoon, jossa kaikki termit $(ax^2 + bx + c)$ ovat vasemmalla ja oikealla puolella on nolla.
2. Ratkaistaan nollakohdat ratkaisemalla yhtälö $ax^2 + bx + c = 0$.
3. Hahmotellaan nollakohtien avulla funktion $f(x) = ax^2 + bx + c$ kuvaaja (paraabeli)
4. Laaditaan kuvaajan avulla polynomifunktion merkkikaavio.
5. Katsotaan merkkikaaviosta välit, joilla epäyhtälö toteutuu.

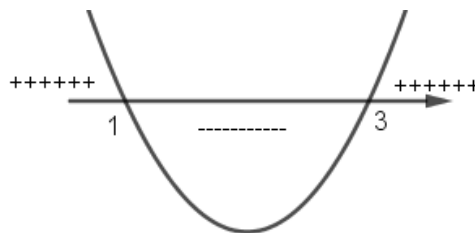
Esimerkki. Ratkaise epäyhtälö $2x^2 - 8x + 6 > 0$.

Ratkaisu. On ratkaistava milloin polynomifunktio $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$ saa positiivisia arvoja. Koska polynomifunktio on jatkuva, sen merkki voi muuttua vain nollakohtissa. Ratkaistaan nollakohdat:

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6}}{2 \cdot 2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 48}}{4} = \frac{8 \pm 4}{4}$$

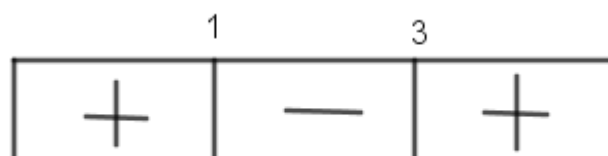
$x = 3$ tai $x = 1$

Hahmotellaan kuvaaja, joka on ylöspäin aukeava paraabeli ($a > 0$).



Funktion arvo on positiivinen niissä kohdissa, joissa sen kuvaaja on x-akselin yläpuolella.

Funktion nollakohdat jakavat x-akselin osaväleihin. Laaditaan funktion merkkikaavio:



Funktion $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$ arvot ovat positiivisia (eli $2x^2 - 8x + 6 > 0$), kun $x < 1$ tai $x > 3$.