

Korkeamman asteen epäyhtälö

Kolmannen ja korkeamman asteen epäyhtälöt ratkaistaan seuraavasti:

1. Muokataan epäyhtälöä siten, että kaikki termit ovat vasemmalla ja oikealla on vain nolla.
2. Jaetaan polynomi tekijöihin.
3. Ratkaistaan tekijöiden nollakohdat. Nollakohdat jakavat lukusuoran väleihin.
4. Laaditaan nollakohtien avulla merkkikaavio.
5. Katsotaan merkkikaaviosta välit, joilla epäyhtälö toteutuu.

Esimerkki. Ratkaise epäyhtälö $x^3 - x < 0$.

Ratkaisu. Kaikki termit ovat vasemmalla, joten jaetaan polynomi tekijöihin:

$$x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x + 1)(x - 1)$$

Tekijöiden nollakohdat ovat $x = 0$, $x = -1$ ja $x = 1$. Laaditaan merkkikaavio

x	-	-	+	+
$x + 1$	-	+	+	+
$x - 1$	-	-	-	+
tulo	-	+	-	+
	-1	0	1	

Tekijöiden merkit voidaan päätellä joko tekemällä niille omat merkkikaaviot tai laskemalla koetinpisteen avulla.

Esim. termin $x - 1$ merkki välillä $0 < x < 1$ saadaan laskemalla sen arvo esimerkiksi pisteessä $x = \frac{1}{2}$.

Koska $\frac{1}{2} - 1 < 0$, on termin $x - 1$ merkki välillä $0 < x < 1$ myös negatiivinen.

Alkuperäisestä epäyhtälöstä nähdään, että ratkaisuksi etsitään välejä, joilla polynomi saa negatiivisia arvoja. Merkkikaavion perusteella epäyhtälö toteutuu, kun $x < -1$ tai $0 < x < 1$.