Tekijöihin jakaminen

Tekijöihin jakaminen tarkoittaa sitä, että vähintään astetta kaksi oleva polynomi ilmaistaan alempaa astetta olevien polynomien tulona. Polynomilla täytyy olla ainakin yksi nollakohta, jotta se voidaan jakaa tekijöihin.

Esimerkiksi polynomia $x^2 + 1$ ei voida jakaa tekijöihin, koska sillä ei ole nollakohtia.

Polynomien tekijöihin jakamista tarvitaan ratkaistaessa korkeamman asteen yhtälöitä ja epäyhtälöitä.

Muistikaavat

Muistikaavoja voidaan käyttää ”toiseen suuntaan”:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

ja

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Näistä erityisesti summan ja erotuksen kaava kannattaa muistaa.

Esimerkki. Jaa tekijöihin polynomi $4x^2 - 9$.

Tunnistamalla muistikaava $a^2 - b^2$ saadaan $4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x - 3)(2x + 3)$

Yhteisen tekijän erottaminen

Kun käytetään osittelulakia (monomin ja polynomin kertolasku)

$$a(b + c) = ab + ac$$

käänteiseen suuntaan $ab + ac = \ a(b + c)$, saadaan menetelmä, jota kutsutaan yhteisen tekijän erottamiseksi.

Esimerkki. Jaa tekijöihin polynomi $2x^2 - 4x$.

Tunnistetaan yhteinen tekijä 2x, saadaan $2x^2 - 4x = 2x(x - 2)$.

Tekijöihin jako kannattaa aina tarkistaa kertomalla saatu tulo auki.

Ryhmittely

Ryhmittely on menetelmä, jossa polynomien kertolaskua

$$(a + b)(c + d) = \ ac + ad + bc + bd$$

käytetään käänteiseen suuntaan ottamalla yhteisiä tekijöitä seuraavasti:

$$ac + ad + bc + bd = a(c + d) + b(c + d)$$

Tässä vaiheessa pitää muistaa, että yhteinen tekijä voi olla myös binomi $(c + d)$, eli

$a(c + d) + b(c + d) = (c + d)(a + b) = (a + b)(c + d)$.

Huomaa, että menetelmään tarvitaan useimmiten parillinen määrä termejä.

Esimerkki. Jaa tekijöihin polynomi $3x^3 - 3x^2 + x - 1$.

Käytetään ryhmittelyä:

$3x^3 - 3x^2 + x - 1 = 3x^2(x - 1) + 1 \cdot (x - 1) = (x - 1)(3x^2 + 1)$

Huomaa, että voit lisätä ykkösen kertoimeksi (punainen), jotta se ei unohtuisi vastauksen jälkimmäisestä termistä. Tässäkin kannattaa tarkistaa saatu tulomuoto kertomalla se auki.