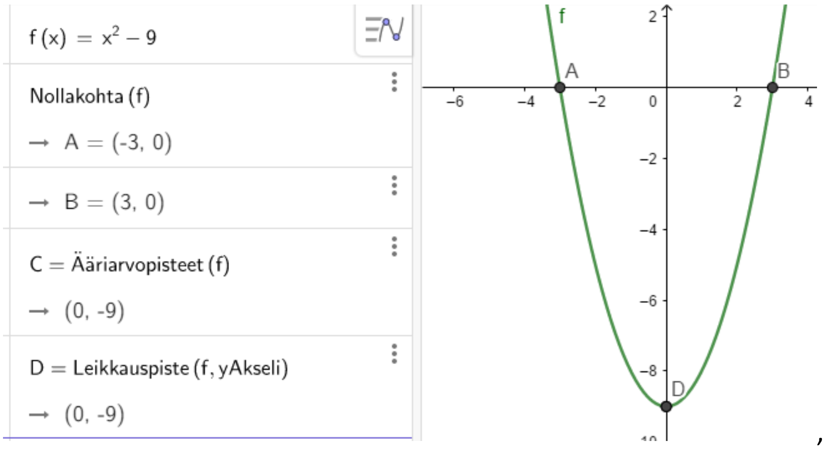
Sessio 5 Tehtävä 4 (PB)

Tutki alla olevia toisen asteen funktioita piirto-ohjelmalla ja etsi niiden nollakohdat ja huiput.

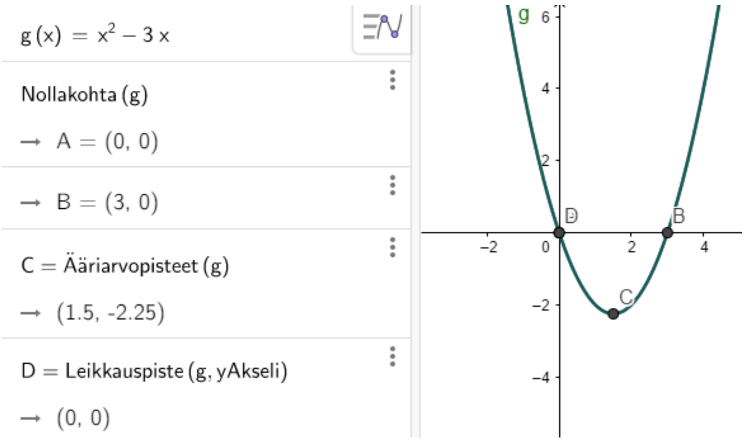
a) $f(x) = x^2 - 9$ b) $g(x) = x^2 - 3x$ c) $h(x) = x^2 + 2$

a)



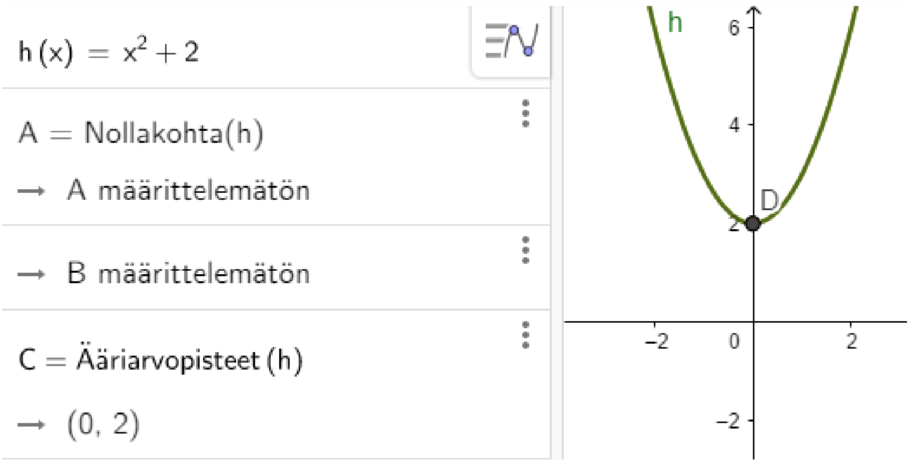
Vastaus: Nollakohdat ovat pisteissä A ja B. Huippu on pisteessä C.

b)



Vastaus: Nollakohdat ovat pisteissä A ja B. Huippu on pisteessä C.

c) d



Vastaus: Nollakohtia ei ole ja huippu on pisteessä C.

Sessio 5 Tehtävä 5 (SB)

Tutki alla olevia toisen asteen funktioita piirto-ohjelmalla tai CAS-laskimella. Etsi funktioiden nollakohdat ja laske huipun koordinaatit nollakohtien avulla.

a) $f(x) = x^2 - 9$ b) $g(x) = x^2 - 3x$

a) Esimerkiksi Ti-Nspirellä:

solve$(x^2-9=0,x)$ $\quad$ $x=-3$ or $x=3$

$$x_h = \frac{3+(-3)}{2} = 0$$

$$y_{h=} f(x_h) = f(0) = -9$$

$$(x_h, y_h) = (0, \ -9)$$

b)

solve$(x^2-3\cdot x=0,x)$ $\quad$ $x=0$ or $x=3$

$$x_h = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$y_{h=} f(x_h) = g\left(\frac{3}{2}\right) = -2\frac{1}{4}$$

$$(x_h, y_h) = \left(\frac{3}{2}, \ -2\frac{1}{4}\right)$$

Sessio 5 Tehtävä 6 (PB)

Selvitä laskemalla, ovatko pisteet $(0,\,7)$, $(2,\,8)$ ja $(-1,\,9)$ paraabelilla, jonka yhtälö on $y = x^2 - 3x + 7$.

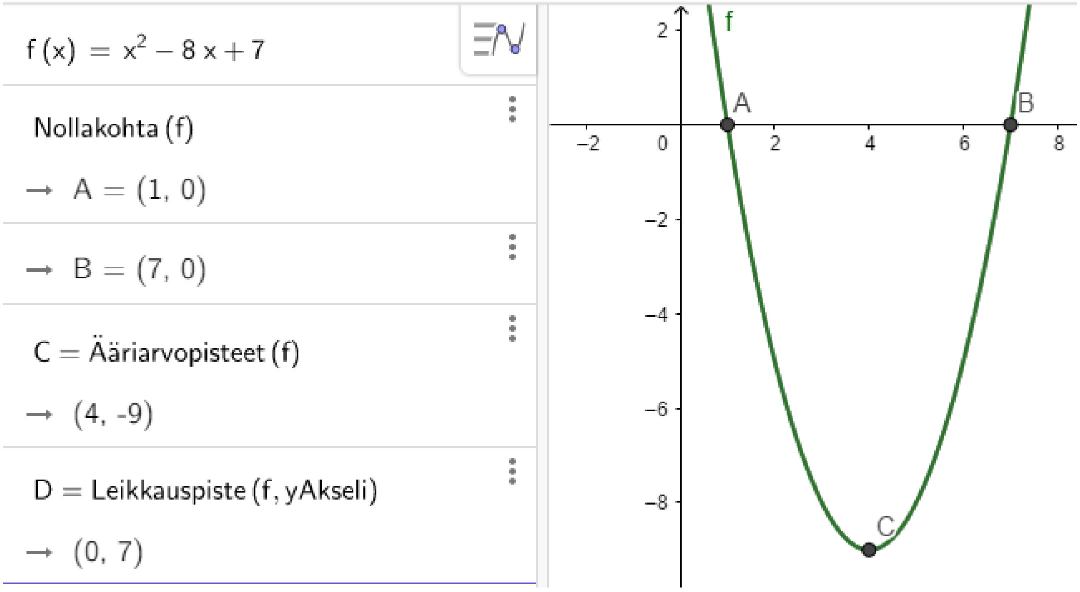
$0^2-3\cdot 0+7$ $\quad$ 7 $\quad$ Siis piste (0, 7) on paraabelilla.

$2^2-3\cdot 2+7$ $\quad$ 5 $\quad$ Piste (2, 8) ei ole paraabelilla.

$(-1)^2-3\cdot -1+7$ $\quad$ 11 $\quad$ Piste (-1, 9) ei ole paraabelilla.

Sessio 5 Tehtävä 7 (PB)

Tutki piirto-ohjelmalla, mitkä ovat funktion $f\left(x\right)=x^2-8x+7$ erikoispisteitä.



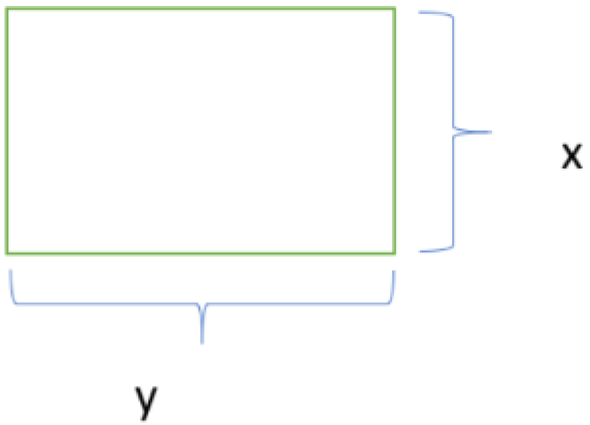
Sessio 5 Tehtävä 8 (PB)

Juha rakentaa lapsilleen suorakaiteen muotoisen hiekkalaatikon. Hiekkalaatikon tekemiseen on varattu kaksi kuuden metrin paksuista lankkua.

a) Muodosta funktio, joka kuvaa hiekkalaatikon pinta-alaa.

b) Tutki piirto-ohjelman avulla, miten hiekkalaatikon mitat tulisi valita, että pinta-ala olisi mahdollisimman suuri.

a)

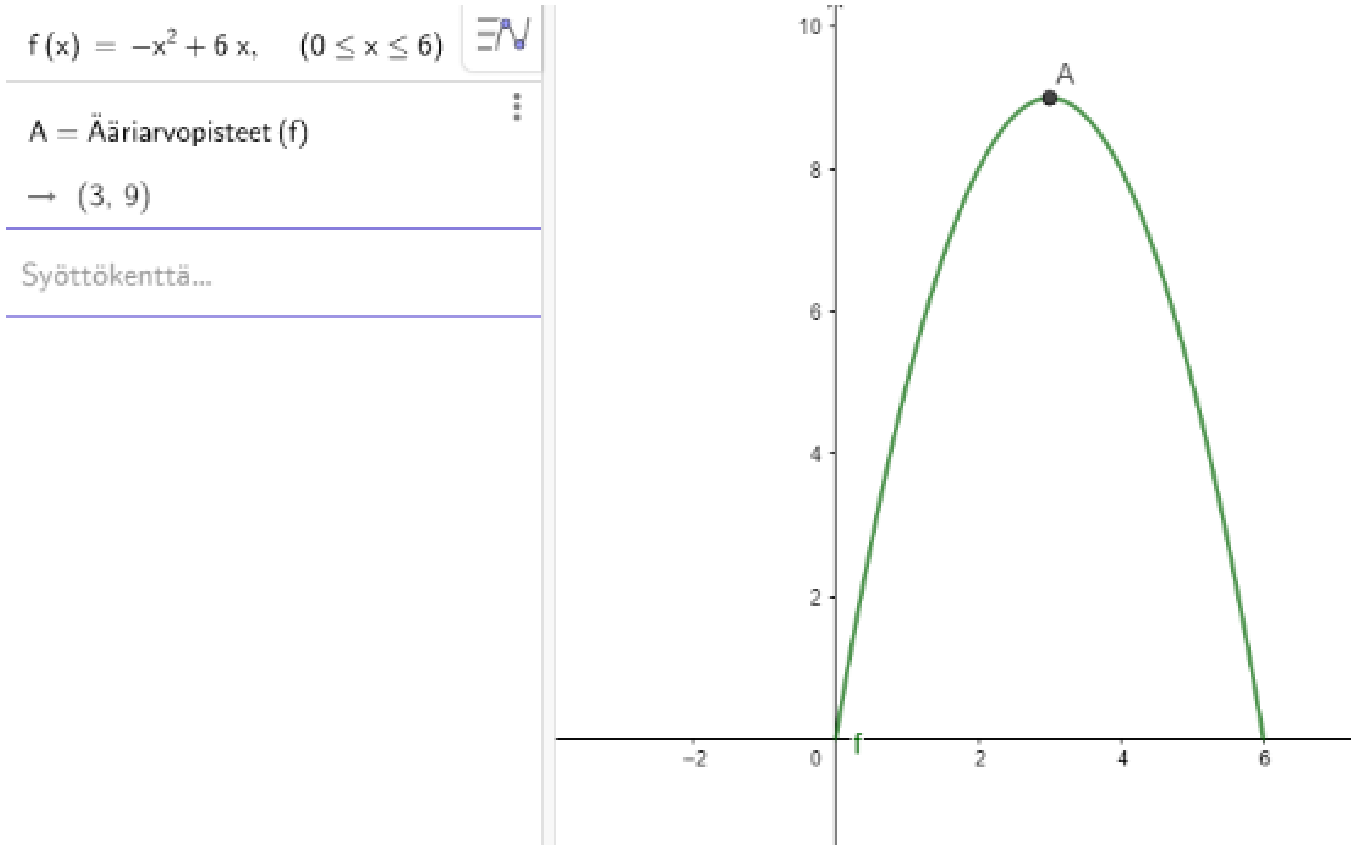


Tässä hiekkalaatikon sivujen x ja y yhteispituus on 6m

Siis $x+y=6$ eli $y=6-x$ ja $x\in\left[0{,}6\right]$

Hiekkalaatikon pinta-alaa kuvaa funktio: $f\left(x\right)=x\left(6-x\right)=-x^2+6x$

b)



Vastaus: Hiekkalaatikon mitoiksi tulisi valita 3 m ja 3 m, tällöin sen pinta-ala on 9 m^2.

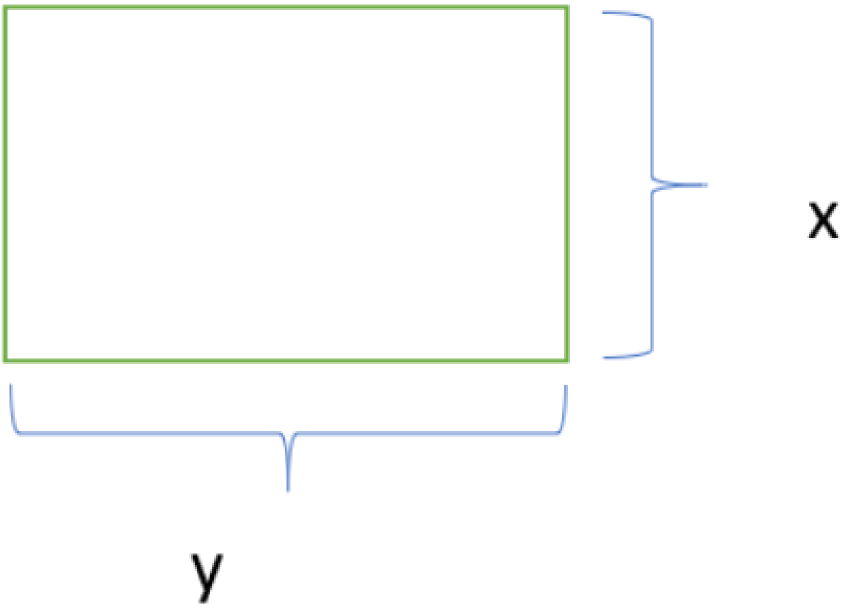
Sessio 5 Tehtävä 9 (PB)

Heidi rakentaa kissalleen suorakaiteen muotoisen aitauksen järven rantaan. Hänellä on käytettävänään 8 metriä aitaelementtiä, jotka hän aikoo käyttää kolmelle sivulle. Rannanpuoleiselle sivulle ei laiteta aitaelementtiä.

a) Muodosta funktio, joka kuvaa kissa-aitauksen pinta-alaa.

b) Tutki piirto-ohjelman avulla, miten kissa-aitauksen mitat tulisi valita, että pinta-ala olisi mahdollisimman suuri.

a)



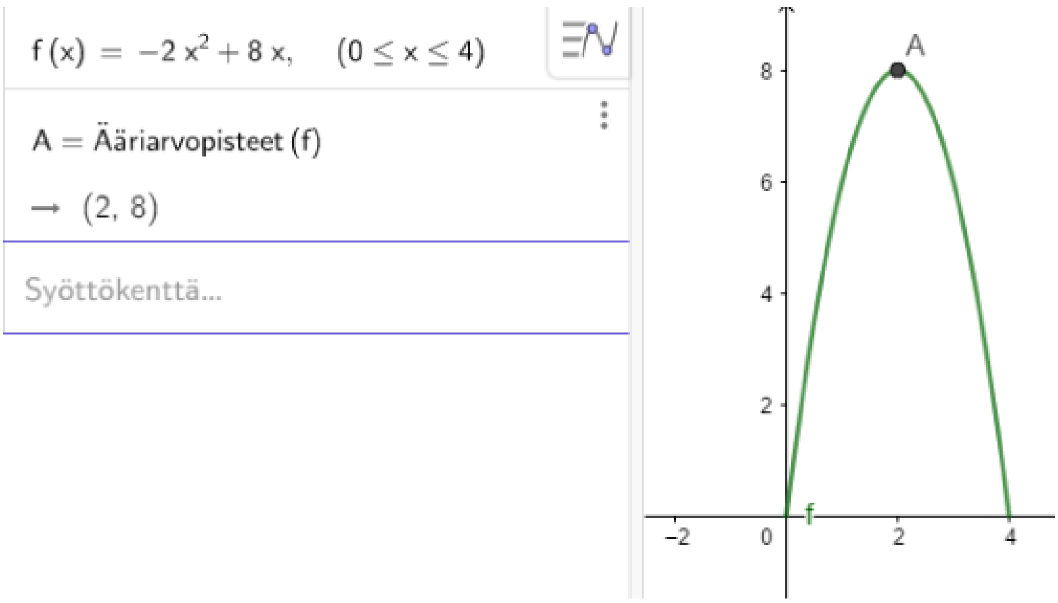
Tässä suorakaiteen muotoisessa aitauksessa toteutetaan vain sivut x, y ja x.

Siis $x + y + x = 8$ eli $y = 8 - 2x$ ja $x \in [0,\ 4]$

Hiekkalaatikon pinta-alaa kuvaa funktio: $f(x) = x(8 - 2x) = -2x^2 + 8x$

b)

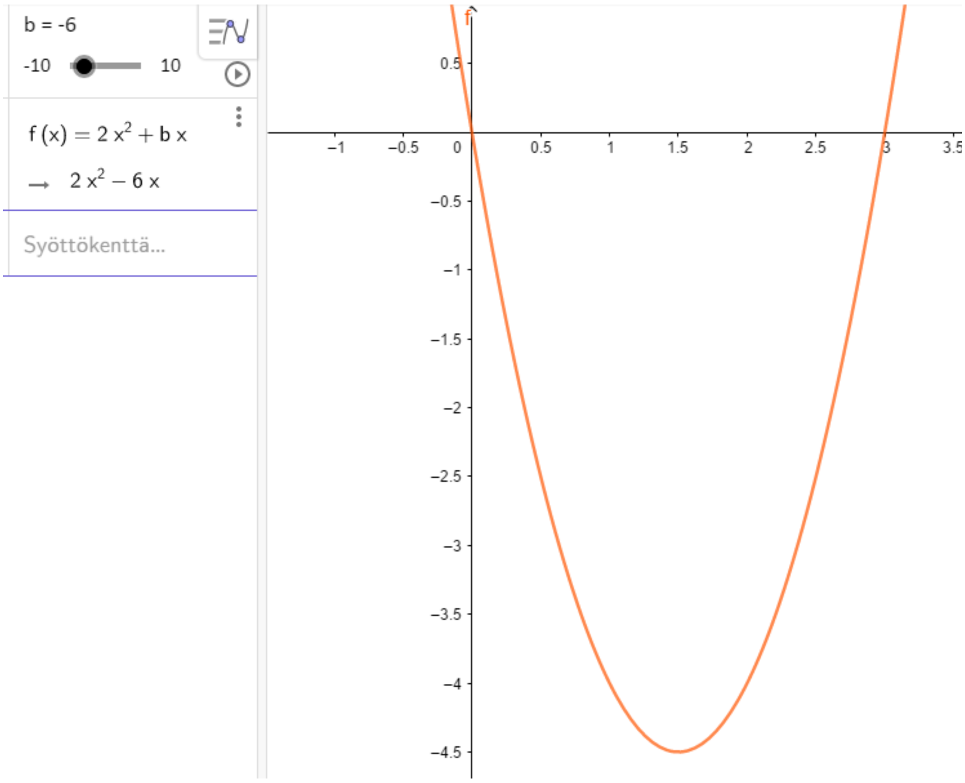
GeoGebrassa:



Vastaus: Kissa-aitauksessa sivun x tulisi olla 2 m ja sivu y tulisi olla 4 m, tällöin sen pinta-ala on 8 m^2.

Sessio 5 Tehtävä 10 (SB)

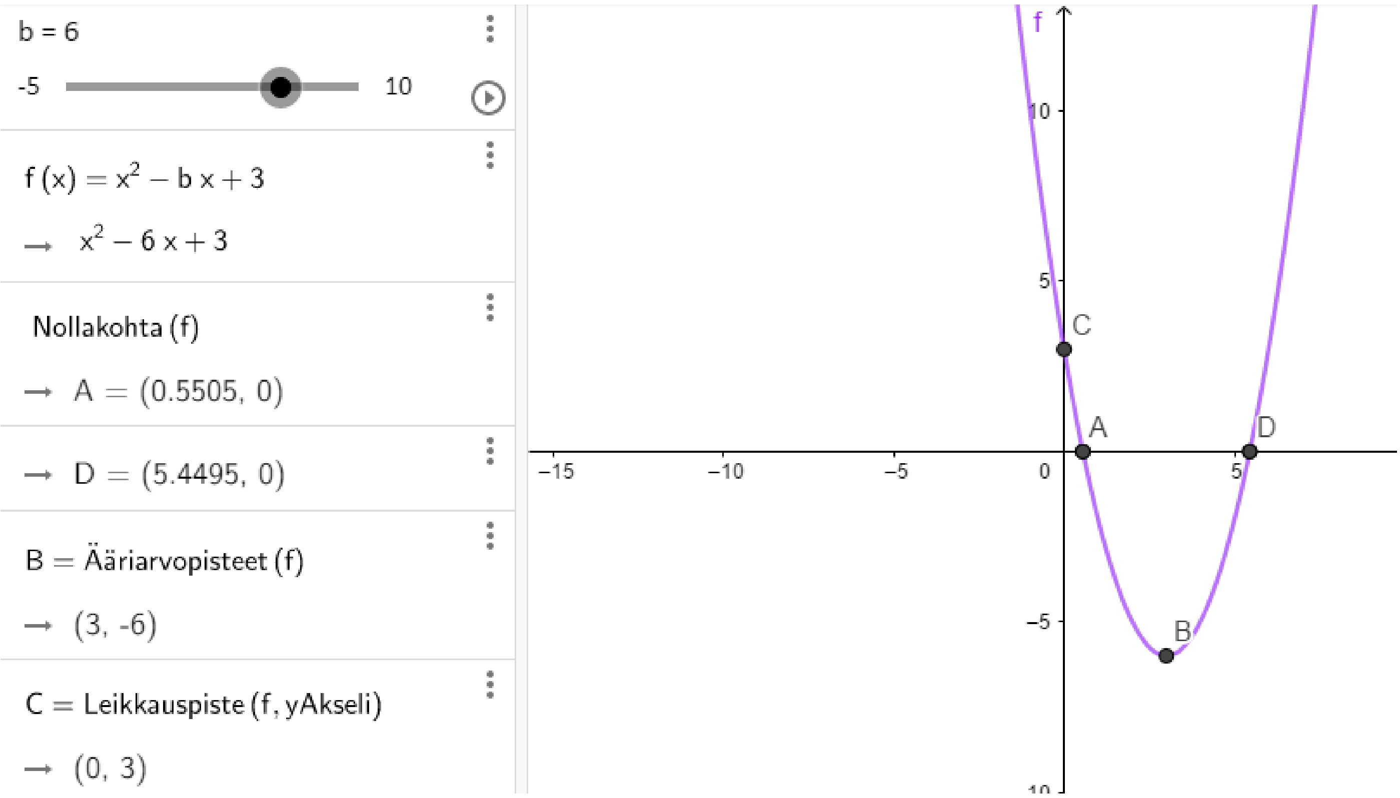
Tutki piirto-ohjelman avulla millä parametrin *b* arvolla polynomifunktiolla $f(x) = 2x^2 + bx$ on nollakohta kohdassa $x = 3$?



Vastaus: Asettamalla liukusäädin arvoon -6, nähdään, että kohdassa -3 on silloin polynomifunktion nollakohta.

Sessio 5 Tehtävä 11 (SB)

Tutki piirto-ohjelman avulla millä parametrin *b* arvolla polynomifunktiolla $f(x) = x^2 - bx + 3$ on huippu kohdassa $x = 3$?



Vastaus: Liukusäätimen avulla parametrin b arvo tulisi olla 6.

Sessio 5 Tehtävä 12 (SB)

Laske polynomifunktion $f(x) = (x-2)(x-6)$ huipun koordinaatit.

Funktion muodosta voidaan päätellä, että funktion nollakohdat ovat $x = 2$ tai $x = 6$
Tämän voi myös todeta piirto-ohjelmalla.

$$x_h = \frac{2+6}{2} = 4$$

$$y_{h=} f(x_h) = f(4) = (4-2)(4-6) = -4$$

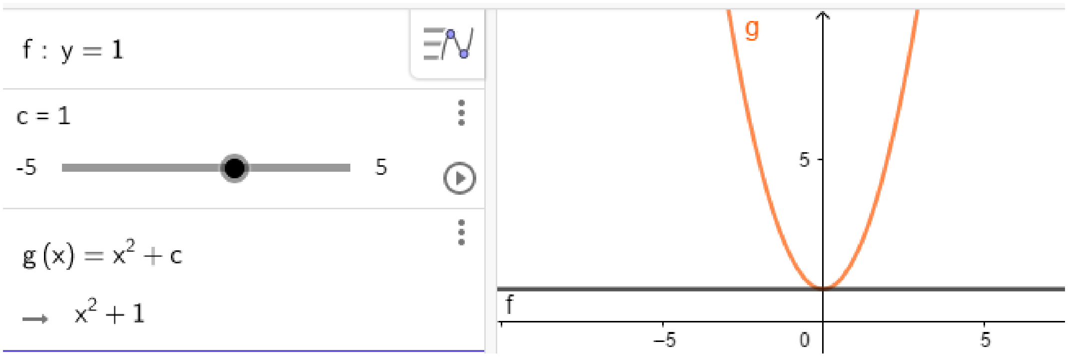
$$(x_h, y_h) = (4, \ -4)$$

Tarkistus GeoGebralla:

Sessio 5 Tehtävä 13 (SB)

Tutki piirto-ohjelman avulla minkä toisen asteen funktion kuvaaja sivuaa suoraa $y = 1$.

Tähän tehtävään löytyy useita eri ratkaisuja. Esimerkiksi GeoGebralla:



Vastaus: Esimerkiksi funktio $g(x) = x^2 + 1$ toteuttaan annetun ehdon.

Sessio 5 Tehtävä 14 (SB)

Kahden kokonaisluvun summa on 9 ja tulo 20. Mitkä nämä luvut ovat? Voit käyttää ratkaisemiseen piirto-ohjelmaa.

$f(x) = x^2 - 9x + 20$

Nollakohta (f)

→ A = (4, 0)

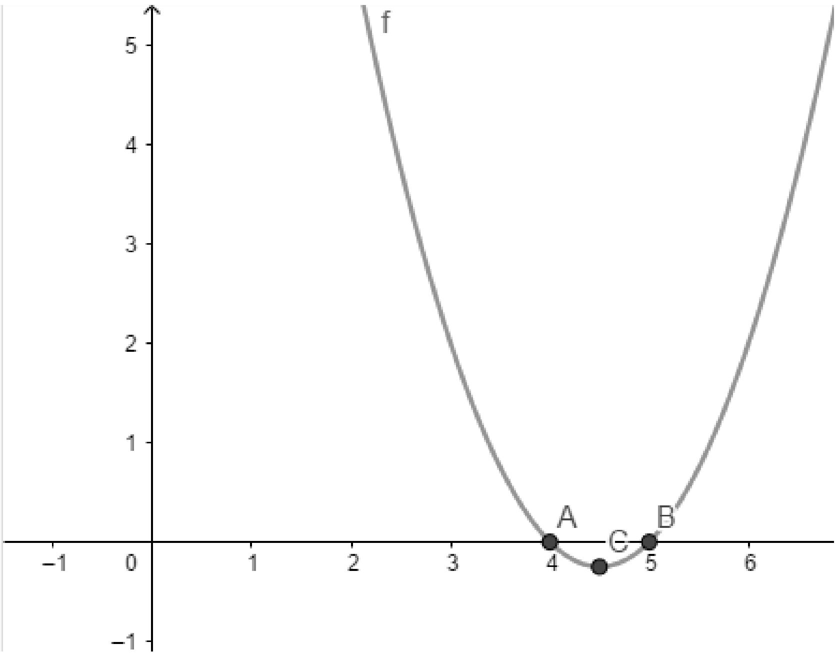
→ B = (5, 0)

C = Ääriarvopisteet (f)

→ (4.5, -0.25)

D = Leikkauspiste (f, yAkseli)

→ (0, 20)

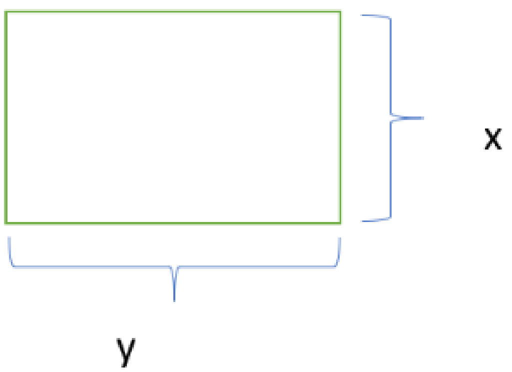


Vastaus: Kokonaisluvut siis ovat 4 ja 5.

Sessio 5 Tehtävä 15 (SB)

Maanviljelijä Matti suunnitteli lampailleen suorakaiteen muotoista aitausta. Hänellä oli käytettävänään 200 metriä aitaa aitausta varten. Miten aitauksen mitat tulisi valita, jotta aitaus olisi pinta-alaltaan mahdollisimman suuri?

Mallinnetaan tilannetta ja piirretään kuva:



$$2x + 2y = 200 \ \mid : 2$$

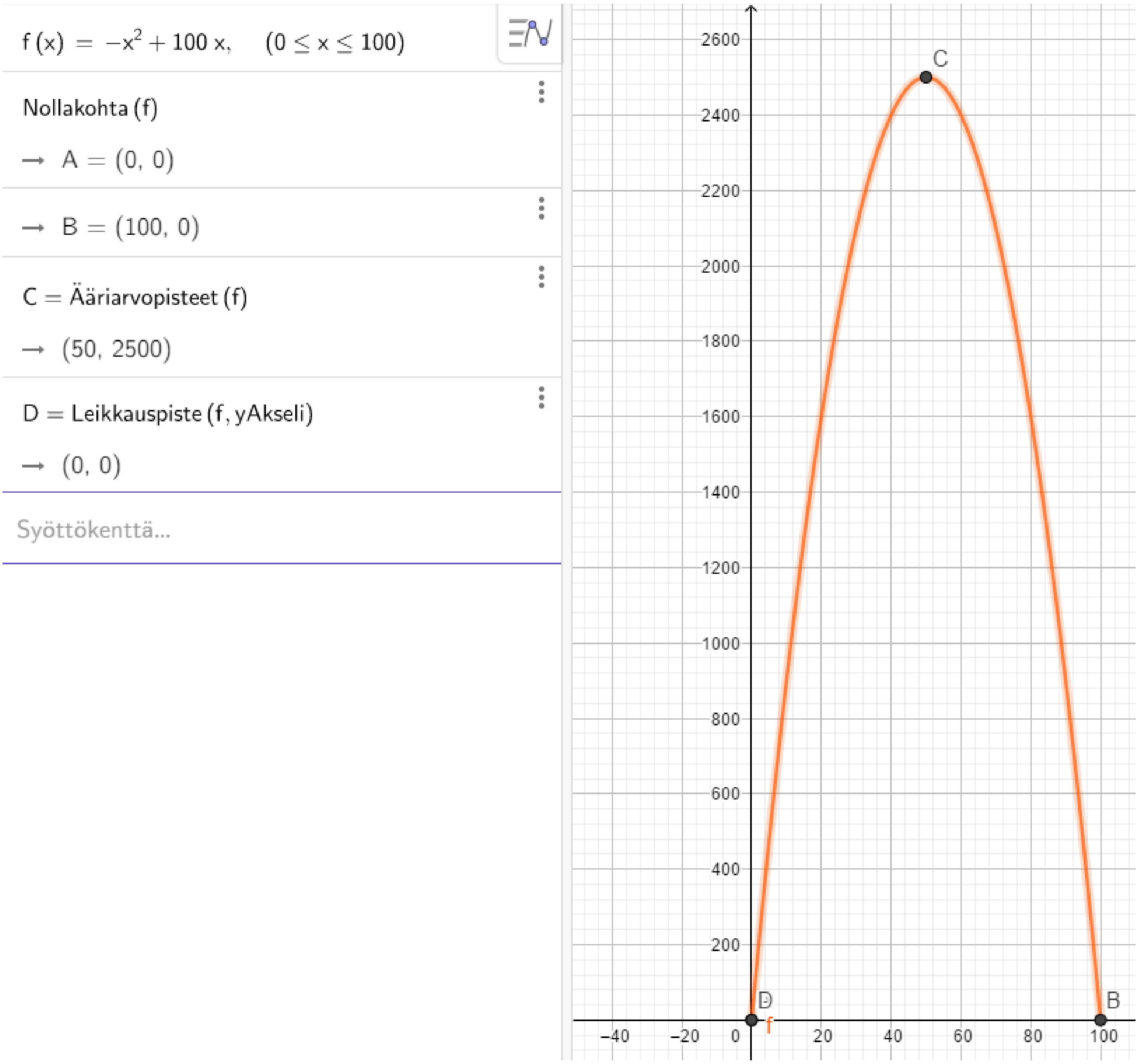
$$x + y = 100$$

$$y = 100 - x$$

Matin aitauksen pinta-ala on siis:

$$A(x) = x \cdot y = x \cdot (100 - x) = -x^2 + 100x$$

Tutkitaan pinta-alafunktiota GeoGebrassa:



Vastaus: Sivun x mitaksi siis tulis valita 50 m, joten sivu y on myös 50 m. Lammasaitauksen pinta-ala on siis 2500 m^2.