

Sessio 11 Tehtävä 1

$$x^3 + 2x^2 = 0$$

$$x^2(x + 2) = 0$$

$$x = 0 \text{ tai } x = -2$$

Jos $a = 0$ niin yhtälöllä

$$x^3 + ax^2 = 0$$

on yksi ratkaisu. Muilla vakoin a arvoilla yhtälöllä on kaksi ratkaisua.

Sessio 11 Tehtävä 2

$$x^4 + 2x^3 + x^2 = 0$$

$$x^2(x^2 + 2x + 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ tai } x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x = 0 \text{ tai } x = -1$$

Siis yhtälöllä on kaksi ratkaisua.

Sessio 11 Tehtävä 4

Etsi polynomin $x^4 + 3x^2 - 4$ nollakohdat.

Yhtälön $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$ ratkaisuiksi saamme tulkitsemalla yhtälö

2. asteen yhtälöksi muuttujan x^2 suhteen $x = 1$ tai $x = -1$.

Vastaus : $x = 1$ tai $x = -1$.

Sessio 11 Tehtävä 5

a) Ratkaise yhtälö

$$x(x - 1)(x - 2) = 0$$

Vastaus: $x = 0$ tai $x = 1$ tai $x = 2$

Nämä ovat myös funktion $f(x) = x(x - 1)(x - 2)$ nollakohtia.

$$x(x - 1)(x + 3) = 0$$

Ratkaisut $x = 0$ tai $x = 1$ tai $x = -3$

Sessio 11 Tehtävä 6

funktion $x^3 - 4x$ nollakohdat ovat yhtälön

$$x^3 - 4x = 0 \text{ ratkaisut.}$$

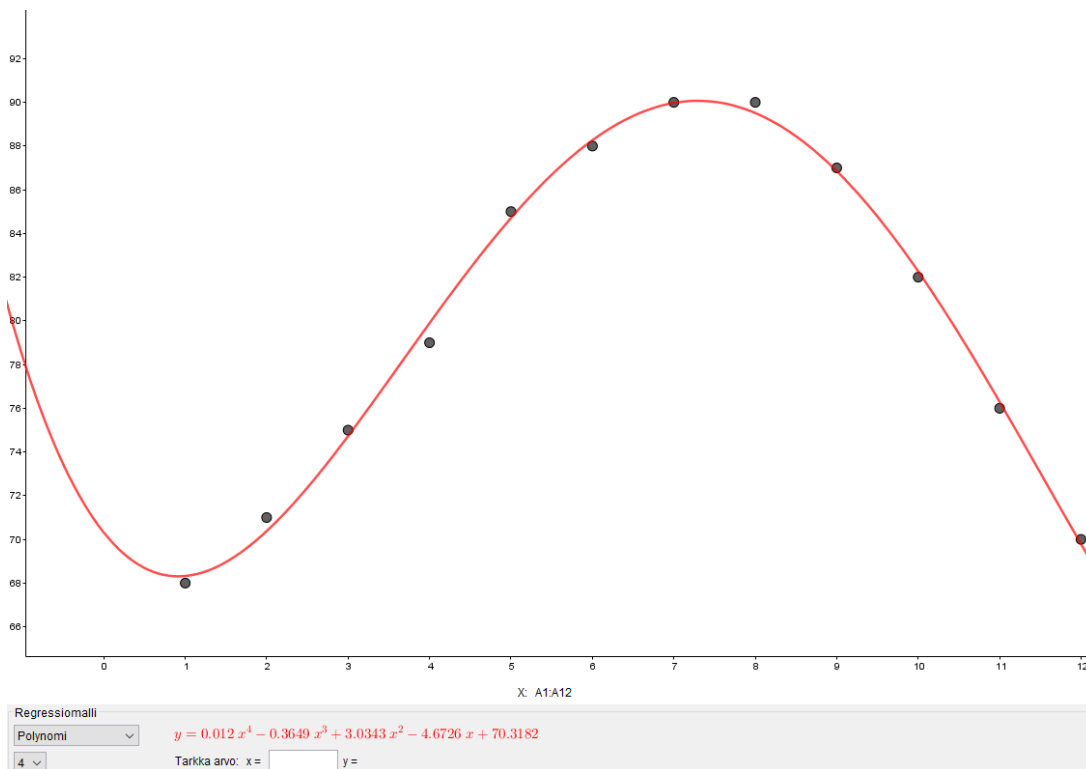
$$x^3 - 4x = 0$$

$$x^2(x - 4) = 0$$

$x = 0$ tai $x = 4$

Vastaus: nollakohdat ovat $x = 0$ ja $x = 4$

Sessio 11 Tehtävä 7



Elokuun keskimääräinen lämpötila on mallin mukaan

89,5 F.

Sessio 11 Tehtävä 8

Pahvilevystä, jonka pituus 20 ja leveys 12, leikataan nurkista neliön muotoiset palat pois ja taitellaan kanneton suorakulmainen särmiö. Kuinka suuri on poistettujen neliöiden sivu x , jos syntyvän suorakulmaisen särmiön tilavuus on 200 ?

Saamme yhtälön

$$(20 - 2x)(12 - 2x) = 200$$

josta likiarvoratkaisut

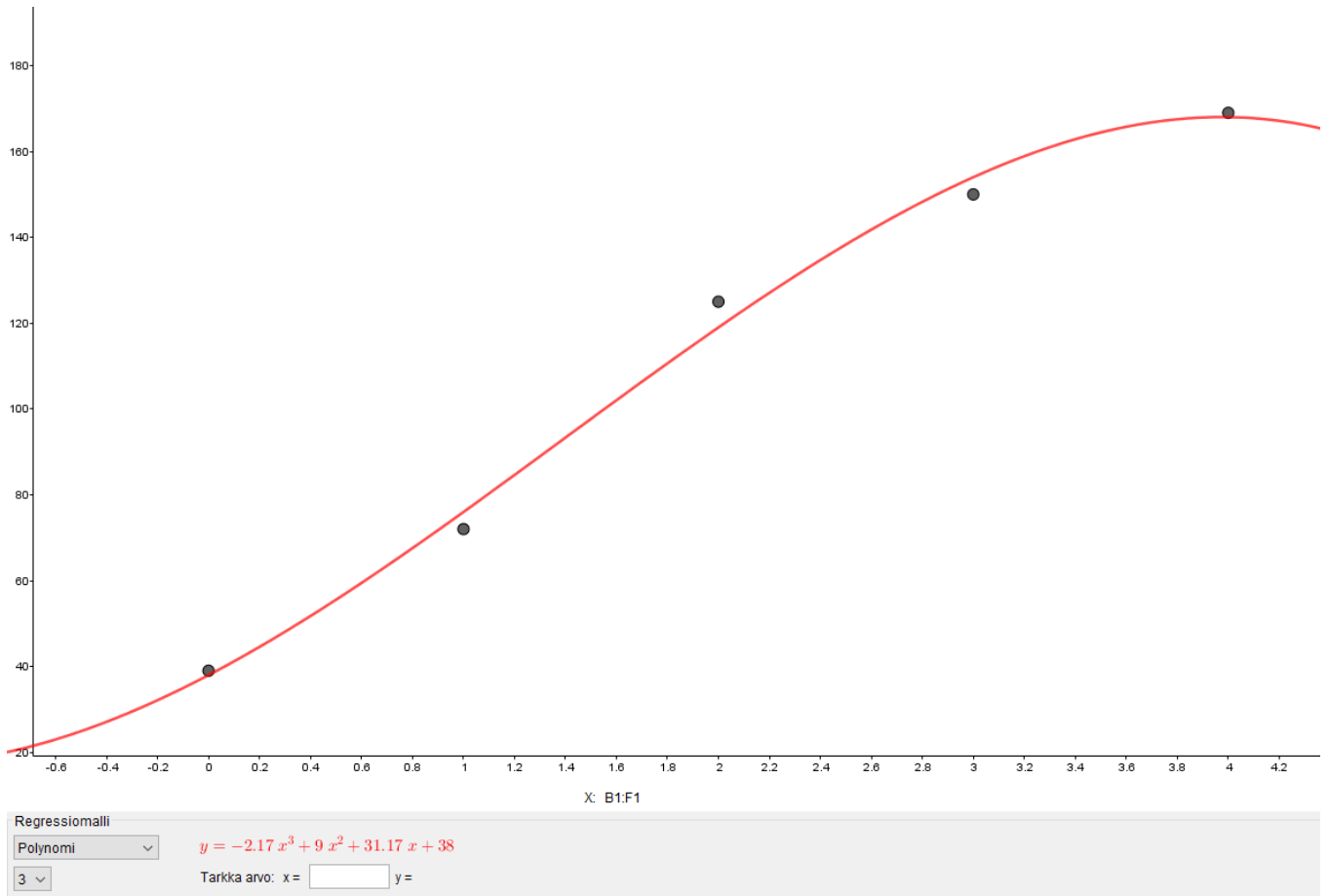
$x = 0,65$ ja $x = 15,35$. Jälkimmäinen on mahdoton.

Vastaus: $x = 0,65$.

Sessio 11 Tehtävä 9

Ohessa on myytyjen iPhone -puhelimien määrät vuosina 2010 - 2014. Tutki, mikä 3. asteen polynomi kuvaisi parhaiten myytyjen iPhone- puhelimen määrää, kun vaaka-akselilla on aika siten, että $x=0$ vastaa vuotta 2010, $x = 1$ vuotta 2011 jne.

Kuinka suuri olisi ollut myynti tämän mallin mukaan vuonna 2015?



148 miljoonaa

Sessio 11 Tehtävä 10

Tutki funktion $f(x) = (x - a)^3 + b$ kulkua säätämällä parametrien a ja b arvoa liukusäätimillä siirtää kuvaajaa vaakasuunnassa ja b :n arvon muuttaminen pystysuunnassa.

Ratkaise yhtälöt a) $(x - 2)^3 + 2 = 0$ ja b) $(x - 5)^3 - 1 = 0$ kuvaajien avulla ja laskemalla.

a)

$$(x - 3)^3 = -2$$

$$x - 3 = \sqrt[3]{-2}$$

$$x = \sqrt[3]{-2} + 3$$

Vastaus: $x = -\sqrt[3]{2} + 3$

b)

$$(x - 5)^3 - 1 = 0$$

$$(x - 5)^3 = 1$$

$$x - 5 = \sqrt[3]{1}$$

$$x - 5 = 1$$

$$x = 6$$

Vastaus: $x = 6$

Sessio 11 Tehtävä 11

Tutki funktion $f(x) = (x - a)^4 + b$ kuvaajaa parametrien a ja b eri arvoilla.

Huomioi miten a :n arvojen muutos ja b :n arvojen muutos liikuttavat kuvaajaa.

Ratkaise yhtälöt a) $(x - 1)^4 - 1 = 0$ ja b) $(x - 3)^4 + 2 = 0$ kuvaajien avulla ja laskemalla.

a)

$$(x - 1)^4 = 1$$

$$x - 1 = \pm \sqrt[4]{1}$$

$$x = 1 \pm 1$$

Vastaus: $x = 2$ tai $x = 0$

b)

$$(x - 3)^4 = -2$$

Vastaus: Ei ratkaisuja

Sessio 11 Tehtävä 12

Polynomi $P(x)=2x^3+ax^2-4x+b$ on jaollinen binomeilla $x-1$ ja $x+3$.
Ratkaise yhtälö $P(x)=0$. [Pitkä S2015/12]

Koska $x-1$ ja $x+3$ ovat polynomin tekijöitä, myös

$$(x-1)(x+3) = x^2 + 2x - 3 \text{ on tekijä.}$$

$$\text{Saadaan } P(x) = 2x^3 + 5x^2 - 4x - 3 = (cx + d)(x^2 + 2x - 3).$$

Tästä on auki kertomalla ja kertoimia vertaamalla pääteltävissä, että $c = 2$ ja $d = 1$.

Kolmas tekijä on siten $2x+1$ ja kolmas nollakohta $-\frac{1}{2}$.

Yhtälön $P(x) = 0$ kaikki juuret ovat näin ollen -3 , $-\frac{1}{2}$ ja 1 .

Vastaus: -3 , $-\frac{1}{2}$ ja 1

Sessio 11 Tehtävä 13

Olkoon $f(x)=x^3+ax^2+(a^2+4)x$. Osoita, että olipa vakion a arvo mikä tahansa, niin funktion f arvot ovat positiivisia, jos $x > 0$, ja negatiivisia, jos $x < 0$.

$$x^3 + ax^2 + (a^2 + 4)x =$$

$$x(x^2 + ax + a^2 + 4)$$

Sulkulauseke on 2. asteen polynomi, jonka diskriminantti on

$$a^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a^2 + 4) =$$

$$-3a^2 - 16$$

eli aina negatiivinen. Siksi

$x^2 + ax + a^2 + 4 > 0$ kaikilla vakion a arvoilla. Tästä seuraa väite.

