

Sessio 13 Tehtävä 1

Jaa tekijöihin

a) $z^3 - z$

b) $y^5 - y$

c) $x^5 - 8x^4$

a) $z(z^2 - 1) = z(z - 1)(z + 1)$

b)

$$y(y^4 - 1) = y(y^2 - 1)(y^2 + 1) =$$

$$y(y - 1)(y^2 + 1)$$

c)

$$x^5 - 8x^4 = x^4(x - 1)$$

Sessio 13 Tehtävä 4

Jaa tekijöihin

a) $x^3 + 2x^2 + x$

b) $y^3 - 6y^2 + 9y$

a) $x(x + 1)^2$

b) $y(y - 3)^2$

Sessio 13 Tehtävä 6

Jaa tekijöihin

a) $x^5 - x^4 + x - 1$

b) $x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 4x$

$$x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 4x =$$

$$x^3(x - 2) + 2x(x - 2) =$$

$$(x - 2)(x^3 + 2x) =$$

$$x(x - 2)(x^2 + 2)$$

a)

$$x^5 - x^4 + x - 1 =$$

$$x^4(x - 1) + (x - 1) =$$

$$(x - 1)(x^4 + 1)$$

b)

Sessio 13 Tehtävä 8

Jaa tekijöihin ja supista

a) $\frac{x^3 + x^2}{x + 1}$

b) $\frac{x^4 + 2x^2 + 1}{x^2 + 1}$

$$\frac{x^3 + x^2}{x + 1} = \frac{x^2(x + 1)}{x + 1} = x^2$$

$$\frac{x^4 + 2x^2 + 1}{x^2 + 1} = \frac{(x^2 + 1)^2}{x^2 + 1} = x^2 + 1$$

Sessio 13 Tehtävä 9

Jaa tekijöihin polynomi

$$x^4 - 18x^2 + 81$$

$$x^4 - 18x^2 + 81 =$$

$$(x^2 - 9x + 9)^2$$

Sessio 13 Tehtävä 10

Supista

$$\frac{2x + 4}{x^4 - 8x^2 + 16}$$

$$\frac{2x + 4}{x^4 - 8x^2 + 16} = \frac{2(x + 2)}{(x^2 - 4)^2} =$$

$$\frac{2(x + 2)}{(x - 2)^2(x + 2)^2} = \frac{2}{(x + 2)(x - 2)^2}$$

Sessio 13 Tehtävä 11

Supista

a) $\frac{x^5 - x^3}{2x + 2}$

b) $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$

a)

$$\frac{x^5 - x^3}{2x + 2} = \frac{x^3(x^2 - 1)}{2x + 2} =$$

b)
$$\frac{x^3(x-1)(x+1)}{2(x+1)} = \frac{x^3(x-1)}{2}$$

$$\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4} = \frac{(x-2)^2}{(x-2)(x+2)} =$$

$$\frac{x-2}{x+2}$$

Sessio 13 Tehtävä 12

Jaa tekijöihin

a) $x(x^2 - 4) + (x^2 - 4)$

b) $(x - 1)(x^2 + 2) + (x - 1)(x - 8)$

a)

$$x(x^2 - 4) + (x^2 - 4) =$$

$$(x^2 - 4)(x + 1) =$$

b)

$$(x - 2)(x + 2)(x + 1)$$

$$(x - 1)(x^2 + 2) + (x - 1)(x - 8) =$$

$$(x - 1)(x^2 + 2 + x - 8) =$$

$$(x - 1)(x + 3)(x - 2)$$

Sessio 13 Tehtävä 13

Muodosta 3. asteen polynomi $P(x)$, jolla on nollakohdat

-3, -1 ja 4

ja jolle pätee $P(2) = 5$.

$$\begin{aligned} \text{Siis } P(x) &= -\frac{1}{6}(x+3)(x+1)(x-4) = \\ &= -\frac{1}{6}x^3 + \frac{13}{6}x + 2 \end{aligned}$$

Sessio 13 Tehtävä 14

Etsi polynomin $P(x) = x^3 - 5x^2 + 10x - 50$

nollakohdat.

$$x^3 - 5x^2 + 10x - 50 =$$

$$x^2(x - 5) + 10(x - 5) =$$

$$(x - 5)(x^2 + 10),$$

joten $x = 5$ on ainoa nollakohta.

Sessio 13 Tehtävä 15

Tiedetään, että $x = -4$ ja $x = 4$ ovat polynomin

$P(x) = 2x^4 - x^3 - 27x^2 + 16x - 80$ nollakohtia.

Etsi muut nollakohdat.

$$\frac{2x^4 - x^3 - 27x^2 + 16x - 80}{(x - 4)(x + 4)} =$$

$$2x^2 - x + 5$$

Siis polynomi $2x^2 - x + 5$ on polynomin $P(x)$ tekijä. Kuitenkaan

polynomilla $2x^2 - x + 5$ ei ole nolalkohtia.

Vastaus: Ei muita nollakohtia.

