

Sessio 14 Tehtävä 5

Millä a :n arvoilla yhtälöllä

$$x^3 + ax^2 + x = 0$$

on kolme ratkaisua?

$$x^3 + ax^2 + x =$$

$$x(x^2 + ax + 1)$$

Tästä näemme, että yhtälöllä on ainakin yksi ratkaisu $x = 0$.

Sulkulausekkeen diskriminantti on

$$D = a^2 - 4, \text{ ja jos}$$

$$D = a^2 - 4 > 0, \text{ tulee sulkulausekkeesta kaksi muuta ratkaisua}$$

$$D = a^2 - 4 = 0, \text{ tulee sulkulausekkeesta yksi muu ratkaisu}$$

$$D = a^2 - 4 < 0, \text{ sulkulausekkeesta ei tule ratkaisuja.}$$

Siis

kaksi ratkaisua, jos $a = 2$ tai $a = -2$

kolme ratkaisua, jos $a > 2$ tai $a < -2$

yksi ratkaisu, jos $-2 < a < 2$

Sessio 14 Tehtävä 6

Ratkaise

a) $9x^6 = x^4$

b) $x^3 = 16x$

c) $x^5 + x^4 = 0$

a) $x = 0 \text{ tai } x = \pm \frac{1}{3}$

b) $x = 0 \text{ tai } x = \pm 4$

c) $x = 0$

Sessio 14 Tehtävä 7

Ratkaise yhtälöt

a) $4x^3 = x^2 + 5x$

b) $x^8 - 3x^4 + x^4 - 3 = 0$

a)

$$4x^3 = x^2 + 5x$$

$$4x^3 - x^2 - 5x = 0$$

$$x(4x^2 - x - 5) = 0$$

$$x = 0 \text{ tai } x = -1 \text{ tai } x = \frac{5}{4}$$

b)

$$x^8 - 3x^4 + x^4 - 3 = 0$$

$$x^8 - 2x^4 - 3 = 0$$

$$x^4 = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{3}$$

$$x^4 = 2 \text{ tai } x = -\frac{2}{3}$$

$$x = \pm \sqrt[4]{2}$$

Sessio 14 Tehtävä 8

Ratkaise

a) $-4x^4 + 5x^2 - 1 = 0$

b) $x^4 + x^2 - 12 = 0$

a) $x = \pm 1 \text{ tai } x = \pm \frac{1}{2}$

b) $x = \pm\sqrt{3}$

Sessio 14 Tehtävä 9

Määritä luku, jonka viidennen potenssin ja kolmannen potenssin keskiarvo on luku itse.

$$\frac{x^5 + x^3}{2} = x$$

$$\frac{x^5 + x^3}{2} = x$$

$$x^5 + x^3 = 2x$$

$$x = 0 \text{ tai } x = \pm 1$$

Sessio 14 Tehtävä 10

Ratkaise

a) $x^4 - 3(x^2 - x) = x^3$

b) $x^4 - 3(x^2 - x) < x^3$

a)

$$x^4 - 3x^2 + 3x = x^3$$

$$x^4 - x^3 - 3x^2 + 3x = 0$$

$$x^3(x-1) - 3x(x-1) = 0$$

$$(x-1)(x^3 - 3x) = 0$$

b) $x = 1$ tai $x = 0$ tai $x = \pm\sqrt{3}$

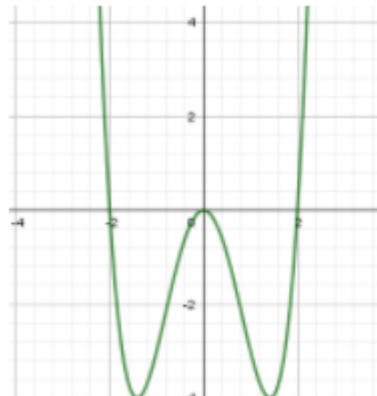
$$1 < x < \sqrt{3} \text{ tai } -\sqrt{3} < x < 0$$

Sessio 14 Tehtävä 11

Alla näet funktion $f(x)=x^2(x^2 - 4)$ kuvaajan. Päättele kuvaajan perusteella, millä muuttujan x arvoilla

a) $x^2(x^2 - 4) = 0$

b) $x^2(x^2 - 4) < 0$



a) $x = 0$ tai $x = \pm 2$

b) $-2 < x < 0$ tai $0 < x < 2$

b)

Sessio 14 Tehtävä 12

Ratkaise yhtälö

$$3x^4 + 4x^2 - 4 = 0$$

$$3x^4 + 4x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = \frac{-4 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 3 \cdot 4}}{6}$$

$$x^2 = \frac{-4 \pm \sqrt{57}}{6}$$

$$x = \sqrt{\frac{-4 + \sqrt{57}}{6}}$$

Sessio 14 Tehtävä 13

$$x \cdot x \cdot (x - 2) = 32$$

$$x^2(x - 2) = 32$$

$$x^3 - 2x^2 - 32 = 0$$

$$x = 4$$

Sessio 14 Tehtävä 14

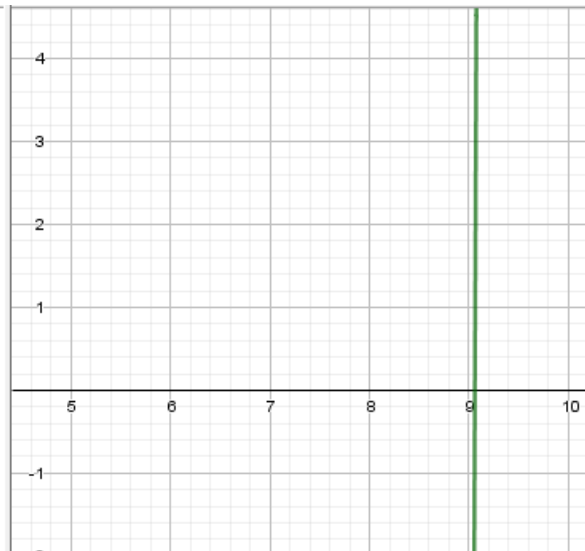
Suorakulmaisen särmiön särmien pituudet ovat x , $x+1$ ja $x+2$. Jos särmiön tilavuus on 1008 cm^3 , niin kuinka pitkiä ovat särmät.

Ratkaise laskinohjelmistolla ja tutki myös kuvaajan avulla.

$$x(x + 1)(x + 2) = 1008$$

$$x \approx 9.05984$$

● $f(x) = x(x+1)(x+2) - 1008$



Sessio 14 Tehtävä 15

Ratkaise epäyhtälöt

a) $x(x^2 + 3) < 0$

b) $x^3 + 10x > 0$.

a) funktion $x(x^2 + 3)$ ainoa nollakohta on $x = 0$ ja $x^2 + 3$ saa vain positiivisia arvoja. Siten tekijä x määrää funktion merkin
Vastaus: $x < 0$.

b) $x^3 + 10x = x(x^2 + 10)$, minkä ainoa nollakohta on $x = 0$. Lisäksi $x^2 + 10$ saa vain positiivisia arvoja.

Siis tekijä x määrää funktion merkin.
Vastaus: $x > 0$.

