

Sessio 15 Tehtävä 1

Sievennä

$$\text{a) } \frac{x^2 - 16}{2x - 8}$$

$$\text{b) } \frac{4x + 4}{x + 1}$$

$$\text{c) } \frac{x^3 - 25x}{x + 5}$$

a)

$$\frac{x^2 - 16}{2x - 8}$$

$$\frac{(x - 4)(x + 4)}{2(x - 4)} =$$

$$\frac{x + 4}{2}$$

b)

$$\frac{4x + 4}{x + 1} = x + 1$$

c)

$$\frac{x^3 - 25x}{x + 5} = \frac{x(x^2 - 5)}{x + 5} =$$

$$\frac{x(x - 5)(x + 5)}{x + 5} =$$

$$x(x - 5)$$

Sessio 15 Tehtävä 2

Sievennä

a) $\frac{x^2 + 1}{x} + 2$

b) $\frac{x^2 + 1}{2x} + \frac{1}{x}$

c) $\frac{x}{3x} - \frac{1}{x}$

a)

$$\frac{x^2 + 1}{x} + 2 =$$

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x} =$$

$$\frac{(x + 1)^2}{x}$$

b)

$$\frac{x^2 + 1}{2x} + \frac{1}{x} =$$

$$\frac{x^2 + 1 + 2}{2x} =$$

$$\frac{x^2 + 3}{2x}$$

c)

$$\frac{x}{3x} - \frac{1}{x} =$$

$$\frac{x-3}{3x}$$

Sessio 15 Tehtävä 3

Ratkaise

$$a) \frac{x^2}{4x} - \frac{1}{x} = 0$$

$$b) \frac{1}{x-1} = \frac{3}{x-2}$$

a)

$$\frac{x^2}{4x} - \frac{1}{x} = 0$$

$$\frac{x^2 - 4}{4x} = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x = \pm 2$$

b)

$$\frac{1}{x-1} = \frac{3}{x-2}$$

$$3x - 3 = x - 2$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Sessio 15 Tehtävä 4

Ratkaise

$$\text{a) } \frac{x-5}{5-x} + \frac{x}{2} = 1$$

$$\text{b) } \frac{4}{x^2} = \frac{1}{x} + 5$$

a)

$$\frac{x-5}{5-x} + \frac{x}{2} = 1$$

$$-1 + \frac{x}{2} = 1$$

$$\frac{x}{2} = 2$$

$$x = 4$$

b)

$$\frac{4}{x^2} = \frac{1}{x} + 5$$

$$4 = x + 5x^2$$

$$5x^2 + x - 4 = 0$$

$$x = -1 \text{ tai } x = \frac{4}{5}$$

Sessio 15 Tehtävä 5

Määritä funktion nollakohdat

$$\text{a) } f(x) = \frac{x^2 - 8}{3x - 5}$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{9x^2 - 3x}{10x}$$

a)

$$\frac{x^2 - 8}{3x - 5} = 0$$

$$x^2 - 8 = 0$$

$$x = \pm\sqrt{8}$$

$$x = \pm 2\sqrt{2}$$

b)

$$\frac{9x^2 - 3x}{10x} = 0$$

$$9x^2 - 3x = 0$$

$$3x(3x - 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ tai } x = \frac{1}{3}$$

Sessio 15 Tehtävä 6

Ratkaise

$$a) \frac{1}{x} - \frac{x}{x+5} = -1$$

$$b) \frac{x}{x-1} = \frac{x^2}{x-1}$$

a)

$$\frac{1}{x} - \frac{x}{x+5} = -1$$

$$\frac{x+5}{x(x+5)} - \frac{x^2}{x(x+5)} = -x(x+5)$$

$$x+5 - x^2 = -x^2 - 5x$$

$$6x = 5$$

$$x = \frac{5}{6}$$

b)

$$\frac{x}{x-1} = \frac{x^2}{x-1}$$

$$x^2 = x$$

$$x^2 - x = 0$$

$$x(x-1) = 0$$

$$x = 0 \text{ tai } x = 1 \text{ (jälkimmäinen ei kelpaa)}$$

Vastaus : $x = 0$

Sessio 15 Tehtävä 7

Ratkaise

a) $\frac{8}{x^2} + \frac{2}{x} = 10$

b) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{x} = 0$

$$\text{a) } \frac{8}{x^2} + \frac{2}{x} = 10$$

$$8 + 2x = 10x^2$$

$$10x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x = 1 \text{ tai } x = -\frac{5}{5}$$

$$\text{b) } \frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{x} = 0$$

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{1}{x}$$

$$x^2 + x = x - 1$$

$$x^2 = -1$$

Ei ratkaisua

Sessio 15 Tehtävä 8

Selvitä funktion $f(x)$ määrittelyjoukko ja nollakohdat, kun

$$f(x) = \frac{(x-1)(x+2)}{4x}$$

$f(x)$ määritelty, kun $x \neq 0$

Nollakohdat

$$(x-1)(x+2) = 0$$

$$x = 1 \text{ tai } x = -2$$

Sessio 15 Tehtävä 9

Selvitä määrittelyehto ja supista, jos mahdollista

a) $\frac{4x^2 + x}{x}$

b) $\frac{12x^2 - 6x}{2x}$

c) $\frac{x}{x^2 - 1}$

a) Määrittelyjoukko $x \neq 0$

$$\frac{4x^2 + x}{x} = \frac{x(4x + 1)}{x} =$$

$$4x + 1$$

b) Määrittelyjoukko $x \neq 0$

$$\frac{12x^2 - 6x}{2x} = \frac{6x(2x - 1)}{2x} =$$

$$3(2x - 1)$$

c) Määrittelyjoukko $x \neq \pm 1$.

$$\frac{x}{x^2 - 1}$$

Ei supistu

Sessio 15 Tehtävä 10

Etsi polynomin

$P(x) = -x^2 + 2x + 3$ nollakohdat ,

ja jaa niiden avulla $P(x)$ tekijöihin.

Supista sitten murtolauseke

$$\frac{-x^2 + 2x + 3}{4x - 12}$$

Mitkä ovat tämän murtolausekkeen nollakohdat ja määrittelyjoukko. Tarkista piirtämällä.

Nollakohdat $x = -1$ ja $x = 3$.

Siis

$$-x^2 + 2x + 3 = -(x - 3)(x + 1)$$

$$\frac{-x^2 + 2x + 3}{4x - 12} =$$

$$\frac{-(x - 3)(x + 1)}{4(x - 3)} =$$

$$-\frac{x + 1}{4}$$

Määrittelyjoukko $x \neq 3$.

Murtolausekkeen nollakohdat $x = -1$

Sessio 15 Tehtävä 11

Sievennä

$$\text{a) } \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} - \frac{x - 1}{x + 1}$$

$$\text{b) } \frac{x - 1}{4x} + \frac{1}{x}$$

Mitkä ovat lausekkeiden määrittelyjoukot? Huomaa, miten määrittelyjoukko näkyy kuvaajasta.

a) Määrittelyjoukko $x \neq \pm 1$.

$$\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} - \frac{x - 1}{x + 1} =$$

$$\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} - \frac{(x - 1)^2}{x^2 - 1} =$$

$$\frac{x^2 + 1 - (x^2 - 2x + 1)}{x^2 - 1} =$$

$$\frac{2x}{x^2 - 1}$$

b) Määrittelyjoukko $x \neq 0$.

$$\frac{x - 1}{4x} + \frac{1}{x} =$$

$$\frac{x - 1}{4x} + \frac{4}{4x} =$$

$$\frac{x + 3}{4x}$$

Sessio 15 Tehtävä 12

Määritä vakio a siten, että funktion

$$f(x) = \frac{-x^2 - ax + 4}{x^2 - 16}$$

lauseke voidaan supistaa.

Lauseke voidaan supistaa, kun nimittäjän nollakohta on myös osoittajan nollakohta. Nimittäjän nollakohdat ovat $x = 4$ ja $x = -4$

$x = 4$ on osoittajan nollakohta, jos $a = -3$.

$x = -4$ on osoittajan nollakohta, jos $a = 3$.

Siiis lauseke voidaan supistaa, jos $a = 3$ tai $a = -3$.

|

Sessio 15 Tehtävä 13

Etsi funktion

$$f(x) = \frac{x^3 - 4x^2}{(x-1)^2}$$

nollakohdat.

Funktion nollakohdat saadaan ehdosta

$$x^3 - 4x^2 = 0$$

$$x^2(x - 4) = 0$$

$$x = 0 \text{ tai } x = 4$$

Sessio 15 Tehtävä 14

Ratkaise yhtälö

$$\frac{2}{x+2} - \frac{1}{2} = -\frac{3}{4}$$

Yhtälö on määritelty, kun $x \neq -2$.

$$\frac{2}{x+2} - \frac{1}{2} = -\frac{3}{4}$$

$$\frac{8}{4(x+2)} - \frac{2(x+2)}{4(x+2)} = -\frac{3(x+2)}{4(x+2)}$$

$$8 - 2x - 4 = -3x - 6$$

$$x = -10$$

Sessio 15 Tehtävä 15

Ratkaise

$$\frac{5}{x^2 + 4x - 5} = \frac{1}{x^2 + 4x - 5} + \frac{1}{x + 5}$$

$$\frac{5}{x^2 + 4x - 5} = \frac{1}{x^2 + 4x - 5} + \frac{1}{x + 5}$$

$$\frac{5}{(x + 5)(x - 1)} = \frac{1}{(x + 5)(x - 1)} + \frac{1}{x + 5}$$

$$\frac{5}{(x + 5)(x - 1)} = \frac{1}{(x + 5)(x - 1)} + \frac{x - 1}{(x + 5)(x - 1)}$$

$$5 = 1 + x - 1$$

$$x = 5$$

Ratkaisu kuuluu määrittelyjoukkoon $x \neq 1$, $x \neq -5$.

|

